

T2. Registrado de Imágenes

Visión 3D y Movimiento

*Master en “Inteligencia Artificial,
Reconocimiento de Formas e Imagen Digital”*



Índice

- Introducción.
- Registrado basado en grises.
- Funciones criterio.
- Métodos de minimización.
- Registrado multimodal.
- Registrado basado en contornos.

Registrado de imágenes

- **Análisis multivista:** Mosaicos, Imágenes satélite, ...
- **Análisis temporal:** Segmentación video, seguimiento, ...
- **Análisis multimodal:** Sensores diferentes (CT-MR, ...)
- **Escena a modelo:** GIS, Imagen médica, ...

*“Encontrar la correspondencia
entre los píxeles de dos
imágenes”*



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

3

Mosaicos de vídeo

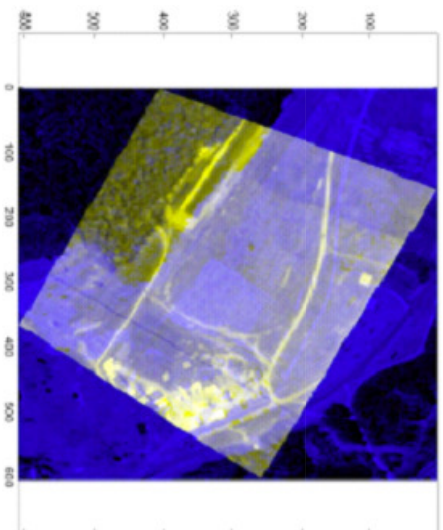


V3DM – T2. Registrado de Imágenes

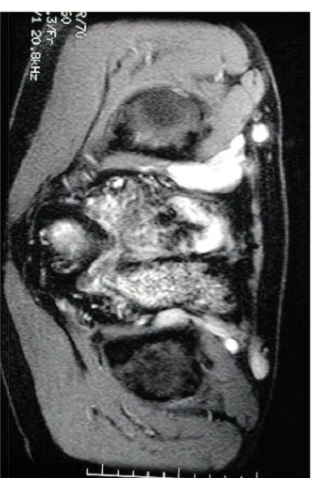
4

Registrado de imágenes

Registrado de
imágenes médicas



Superposición con imagen
de referencia (mapas).



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

5

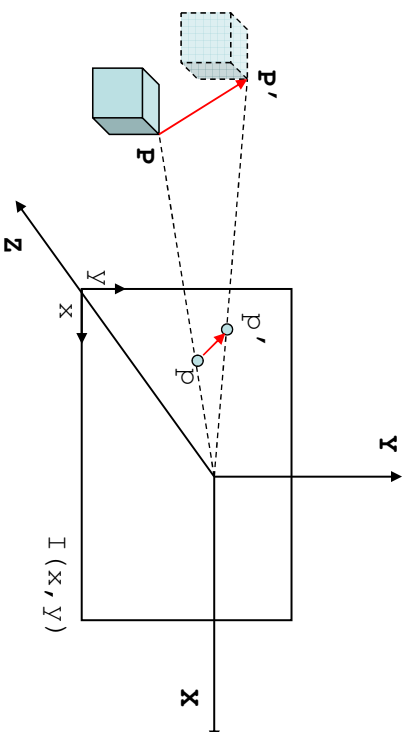
Técnicas

- **Basados en características:**
 - Utilizar puntos característicos seleccionados:
 - ▶ Reducir información.
 - Computacionalmente eficiente.
- **Basados en “niveles de gris”:**
 - Utilizar información en bruto de la imagen:
 - ▶ Datos sobredeterminados.
 - Más exactos.
- Métodos de optimización:
 - ▶ Función criterio.

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

6

De movimiento 3D a 2D



- Proyección del movimiento de un punto en 3D en una imagen 2D.

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

7

Modelos de movimiento 2D

- Modelo afín:
 - Corresponde a la **proyección ortográfica** del movimiento de un plano en 3D:

$$(x', y') = T(x, y) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = a1 \ x + a2 \ y + a3; \\ y' = a4 \ x + a5 \ y + a6; \end{array} \right.$$

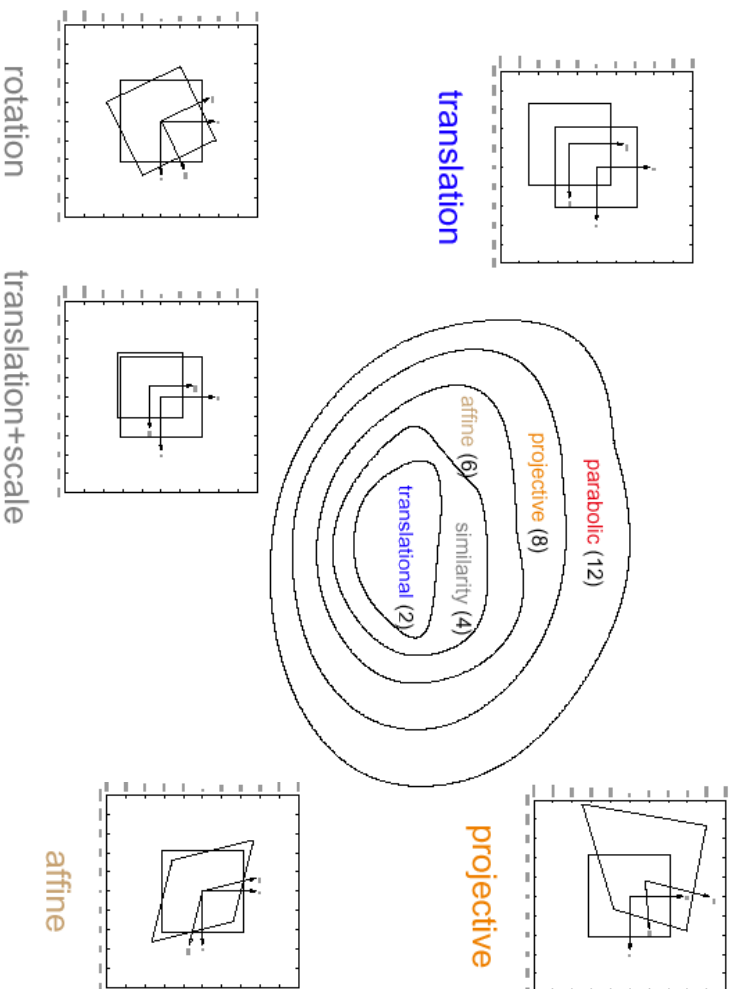
- Transformación de **perspectiva**
 - Corresponde a la **proyección de perspectiva** del movimiento de un plano en 3D.

$$(x', y') = T(x, y) \quad \left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{a1 \ x + a2 \ y + a3}{a7 \ x + a8 \ y + 1} \\ y' = \frac{a4 \ x + a5 \ y + a6}{a7 \ x + a8 \ y + 1} \end{array} \right.$$

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

8

Modelos de movimiento 2D



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

9

Función criterio

- Establecer una **función criterio**:

$$F_i(\chi, L_i)$$

- Buscar **parámetros** que **minimizan** función criterio:
 - Elegir **estrategia** o **método** de minimización.
 - Ejemplo:
 - ▶ minimización por **mínimos cuadrados**:

$$\Theta = \sum_i (F_i(\chi, L_i))^2$$

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

10

Registrado basado en grises

- Constancia del nivel de gris (BCA)

$$\Theta_{BCA} = \sum_{(x_i, y_i) \in R} (I_1(x'_i, y'_i) - I_2(x_i, y_i))^2$$

- Linealización: ecuación del Flujo Óptico

$$\Theta_{OF} = \sum_{x_i, y_i \in R} (I_t + u_{x_i} I_x + u_{y_i} I_y)^2$$

Función criterio

- Linealización: Ecuación del Flujo Óptico

$$\Theta_{OF} = \sum_{x_i, y_i \in R} (I_t + u_{x_i} I_x + u_{y_i} I_y)^2$$

- Modelo de movimiento afín:

$$x'_i = a_1 x_i + b_1 y_i + c_1$$

$$y'_i = a_2 x_i + b_2 y_i + c_2$$

- Flujo óptico:

$$u_{x_i} = x'_i - x_i = (a_1 - 1)x_i + b_1 y_i + c_1$$

$$u_{y_i} = y'_i - y_i = a_2 x_i + (b_2 - 1)y_i + c_2$$

Métodos de minimización

- Mínimos cuadrados (OLS):
 - Para funciones lineales. Solución cerrada.
 - Sensibles a los “outliers”.

$$\Theta = \sum_i (F_i(\chi, L_i))^2$$

$$\Theta_{OF} = \sum_{x_i, y_i \in R} (I_t + u_{x_i} I_x + u_{y_i} I_y)^2$$

Jacobiano de la función criterio.
Matriz (r x p)
(observaciones
x parámetros)

$$A\chi = d$$

Término independiente
de la función criterio.
Vector (r x 1)

$$\chi = (A^t A)^{-1} A^t d$$

Vector de parámetros
a estimar.
Vector (p x 1)

Métodos de minimización

- Mínimos cuadrados (OLS):
 - Funciones no lineales:
 - ▶ Solución iterativa Newton-Gauss.

$$\Theta = \sum_i (F_i(\chi, L_i))^2$$

$$\Theta_{BCA} = \sum_{(x_i, y_i) \in R} (I_1(x'_i, y'_i) - I_2(x_i, y_i))^2$$

$$\chi_j = \chi_{j-1} + \Delta\chi$$

Hasta que
incremento
pequeño

$$\Delta\chi = (A^t A)^{-1} A^t d$$

Métodos de minimización

■ Algoritmo iterativo Newton-Gauss:

- Inicializar χ_0 $j = 0$
- Repetir

$$j = j + 1$$

$$\Delta\chi = (A^t A)^{-1} A^t d$$

$$\chi_j = \chi_{j-1} + \Delta\chi$$

- Hasta $|\Delta\chi|$ lo suficientemente pequeño.

Métodos de minimización

■ Estimadores robustos:

- Influencia de “outliers” acotada.
- Estimadores M:

- ▶ Se convierten en LS iterativo con pesos:

$$\Theta = \sum_i \rho(\epsilon_i) \qquad \psi(\epsilon) = \frac{\partial \rho(\epsilon)}{\partial \epsilon}$$

$$\sum_i \rho(\epsilon_i) = \sum_i w_i \epsilon_i^2 \qquad w_i = \frac{\psi(\epsilon_i)}{\epsilon_i}$$

$$\chi_j = (A^t W A)^{-1} A^t W d$$

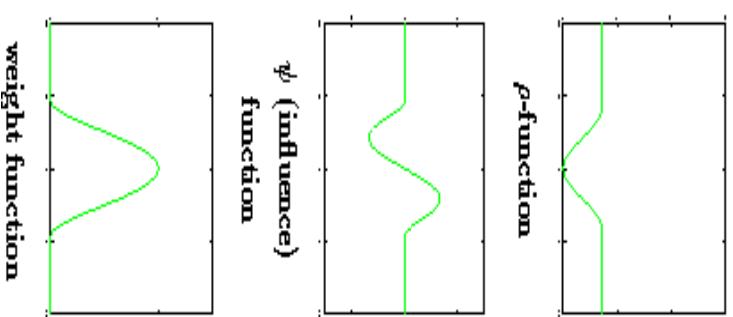
Métodos de minimización

- Estimadores M. Ejemplo:
 - Estimador Tukey:

$$\rho(\epsilon_i, C) = \begin{cases} (C^2 - \epsilon_i^2)^2 & \text{if } |\epsilon_i| < C \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\sum_i \rho(\epsilon_i) = \sum_i w_i \epsilon_i^2 \quad w_i = \frac{\psi(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2}$$

$$\chi_j = (A^t W A)^{-1} A^t W d$$



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

17

Métodos de minimización

- Estimadores M. Algoritmo iterativo:

- Crear una matriz diagonal W de dimensión $r \times r$
- Inicializarla como matriz identidad $w_i = 1$
- $j = 0$
- Repetir

$$j = j + 1$$

$$\chi_j = (A^t W A)^{-1} A^t W d$$

$$\blacktriangleright \text{Actualizar pesos } w_i = \frac{\psi(\epsilon_i)}{\epsilon_i^2}$$

- Hasta $|\chi_j - \chi_{j-1}|$ sea lo suficientemente pequeño

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

18

Métodos de minimización

- Mínimos cuadrados generalizados (GLS):
 - Utiliza distancias ortogonales o geométricas.
 - Funciones no lineales.
 - Minimización de residuales de las observaciones..

$$\text{minimize } [\Theta = v^T v] \text{ subject to } F(\chi, L) = 0$$

$$v = L - \tilde{L}$$

- Puede estimar parámetros y modificar las observaciones.
- Simplificación para sólo parámetros.

Métodos de minimización

- Solución iterativa

$$\chi_j = \chi_{j-1} + \Delta\chi$$

$$\Delta\chi = (A^T (BB^T)^{-1} A)^{-1} A^T (BB^T)^{-1} E$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & B_r \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} A_1 \\ \vdots \\ A_r \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_r \end{pmatrix}$$

Función criterio

$$F_i = I_1(x'_i, y'_i) - I_2(x_i, y_i)$$

$$B_i = \left(\frac{\partial F_i(\chi_{j-1}, L_i)}{\partial L_1^i}, \dots, \frac{\partial F_i(\chi_{j-1}, L_i)}{\partial L_n^i} \right)_{(1 \times n)}$$

$$A_i = \left(\frac{\partial F_i(\chi_{j-1}, L_i)}{\partial \chi^1}, \dots, \frac{\partial F_i(\chi_{j-1}, L_i)}{\partial \chi^p} \right)_{(1 \times p)}$$

$$\epsilon_i = -F_i(\chi_{j-1}, L_i)$$

Residual

Métodos de minimización

- Técnica parecida a basada en el gradiente:

$$\Delta\chi = (A^T (BB^T)^{-1} A)^{-1} A^T (BB^T)^{-1} E$$

- Matriz de “pesos”:

$$(BB^T)^{-1} \quad w_i = \frac{1}{\sum_{l=1..n} \left(\frac{\partial F}{\partial(L_i^1)} \right)^2}$$

- Pesos de los residuales dependen de lo similares que son los gradientes en las observaciones correspondientes.
- Puede tratar satisfactoriamente con algunos tipos de errores reales en las observaciones.

Métodos de minimización

- Algoritmo iterativo GLS:

- Inicializar $\chi_0 \quad j = 0$
- Repetir
 - ▶ $j = j + 1$
 - ▶ Calcular matrices A, B y E utilizando χ_{j-1}
- $\Delta\chi = (A^T (BB^T)^{-1} A)^{-1} A^T (BB^T)^{-1} E$
- $\chi_j = \chi_{j-1} + \Delta\chi$
- Hasta $|\Delta\chi|$ lo suficientemente pequeño.

Ejemplos de resultados



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

23

Ejemplos de resultados



GLS (BCA)

OLS (OF)

RLS (BCA)



GLS (BCA)

OLS (OF)

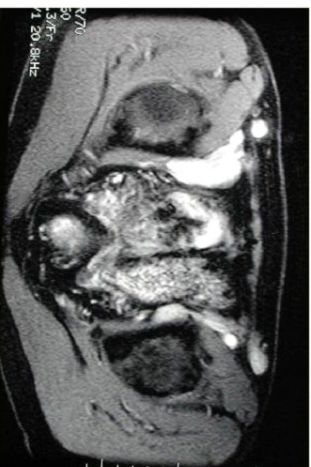
RLS (BCA)

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

24

Registrado multimodal

- Imagen de la misma escena.
- Diferentes sensores (Visible, CT, MR, Pet, ...).
- Se utiliza mucho en imagen médica.



V3DM – T2. Registrado de imágenes

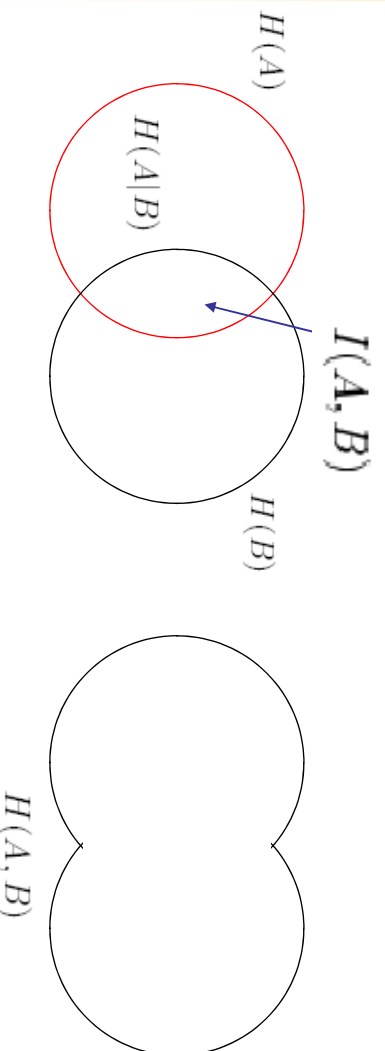
25

Información mútua

- Entropía de *Shanon*:
 - Medida de cantidad de información

$$H(A) = \sum p(a) \log_2 \frac{1}{p(a)}$$

- Información mútua:



V3DM – T2. Registrado de imágenes

26

Registrado basado en MI

- Imágenes A y B.
- Variable aleatoria: nivel de gris.

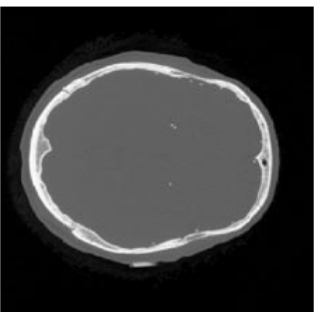
$$I(A, B) = H(A) + H(B) - H(A, B)$$

Medida de correlación o independencia estadística

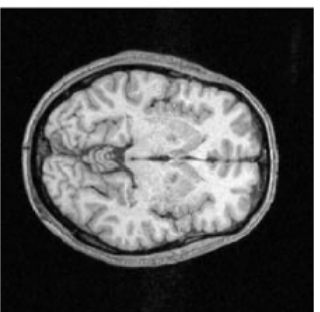
$$I(A, B) = \sum_{a,b} p(a, b) \log \frac{p(a, b)}{p(a)p(b)}$$

- Prob. a priori de los niveles de gris en cada imagen:
 - Histogramas de cada imagen, $p(a), p(b)$.
- Distribución conjunta de los niveles de gris:
 - Histograma conjunto, $p(a, b)$.

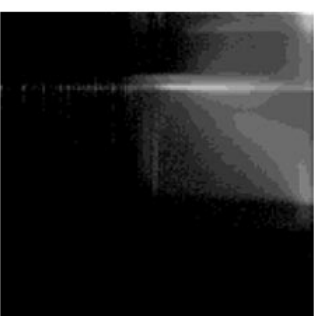
Registrado basado en MI



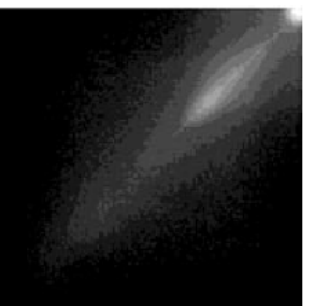
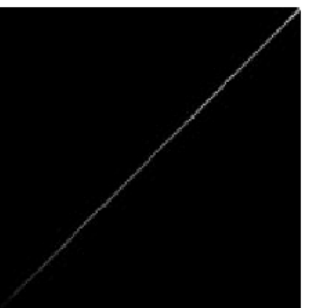
CT



MR



$p(a, b)$



Registrado basado en MI

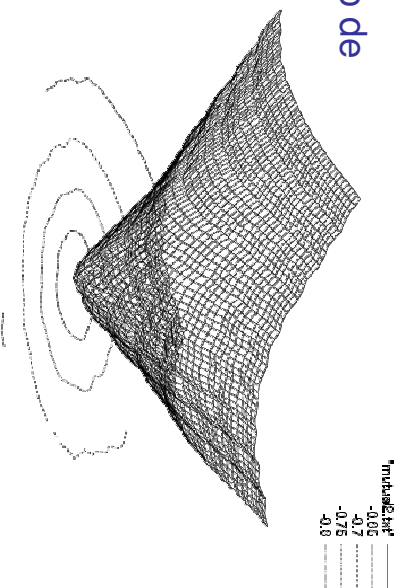
- Maximización de la información mútua:

$$I(A, B) = \sum_{a,b} p(a, b) \log \frac{p(a, b)}{p(a)p(b)}$$

- Suponer un modelo de movimiento:
 - Ej. Añín

$$p(a, b) = p(A(x, y), B(x', y'))$$

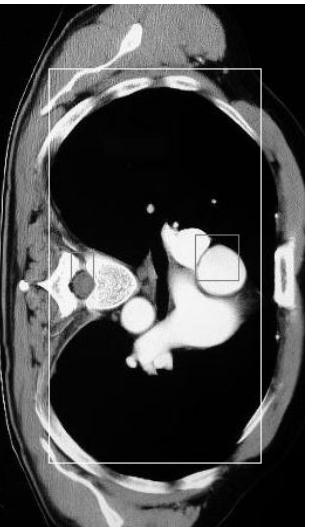
- Utilizar algún método de optimización:
 - Ej. Simplex.



V3DM – T2. Registrado de Imágenes

29

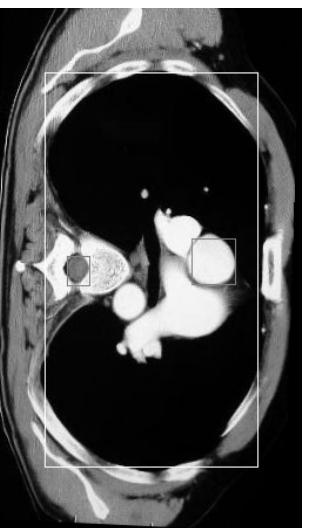
Ejemplo resultados



CT



MR



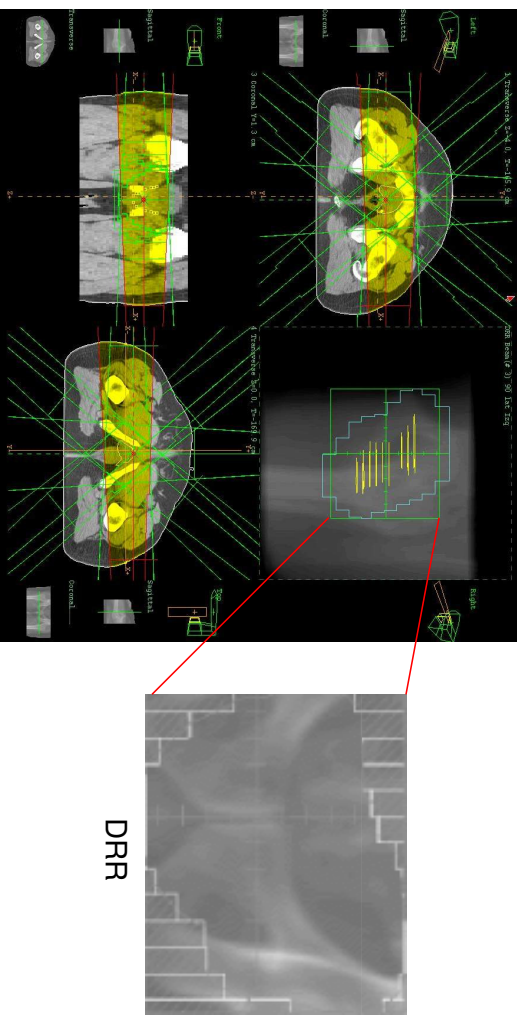
CT registrada

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

30

Otro tipo de aplicación

- Control de tratamientos de radioterapia:
 - Planificación del tratamiento.



Planificación basada en CT

V3DM – T2. Registrado de imágenes

31

Otro tipo de aplicación

- Control de tratamientos de radioterapia:
 - Planificación del tratamiento.
 - Control del tratamiento en línea.

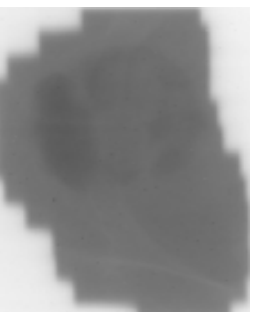


Imagen Portal

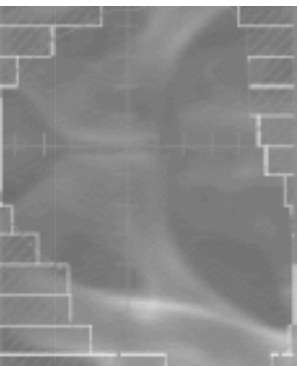


V3DM – T2. Registrado de imágenes

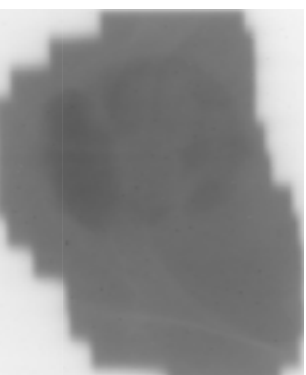
32

Registro de imágenes Portal

- Registro de:



DRR



Portal Image

- Registro basado en “Nivel de gris”/Gradiente **falla**.
- Uso de técnicas **basadas en características**.

Registro de contornos

- Registro de contornos de forma libre:

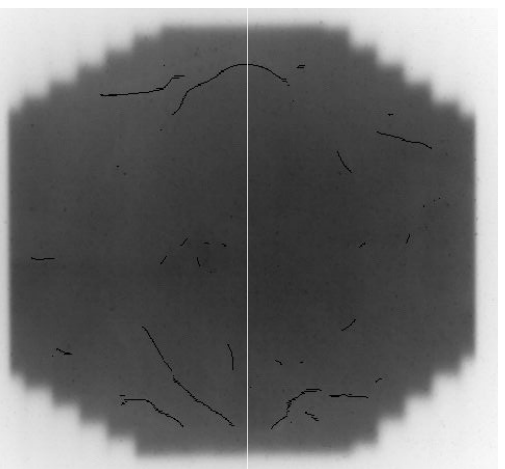


Imagen Portal de referencia

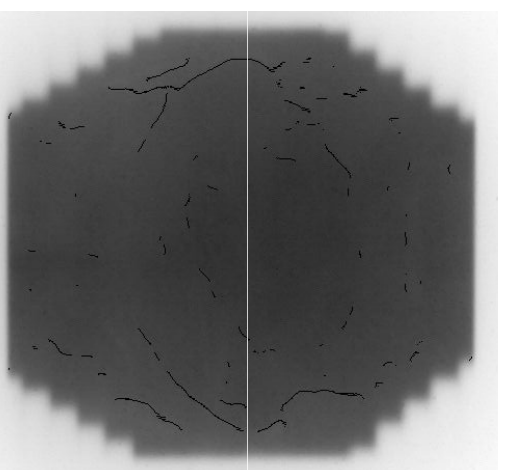


Imagen Portal actual

Registrado de contornos

- Enfoque basado en Información Mútua:
 - Definir el espacio de las **variables aleatorias**.
 - **Estimar** distribuciones de probabilidad.
 - Aplicar el concepto de **información mútua**.
- **Marco probabilístico**:
 - **a** = puntos característicos en la imagen A
 - **b** = puntos característicos en la imagen B
 - **p(a,b)** probabilidad que un punto a y b co-ocurran, dada una transformación imagen T

$$p_T(a, b) = f(E(a, b), G(a, b), O(a, b))$$

Registrado de contornos

$$E(a, b) = \exp\left(-\frac{d(a, b)^T}{\delta_E}\right) \quad \text{Distancia entre puntos característicos}$$

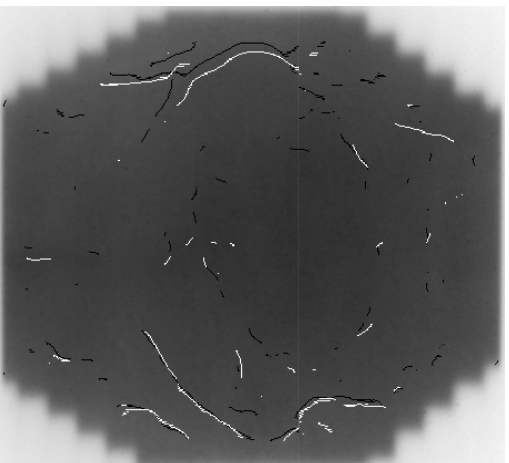
$$G(a, b) = \exp\left(-\frac{\|\nabla a - \nabla b\|}{\delta_G}\right) \quad \text{Diferencia de magnitudes de gradiente}$$

$$O(a, b) = \exp\left(-\frac{\alpha^T(a, b)}{\delta_O}\right) \quad \text{Diferencia de direcciones de gradiente}$$

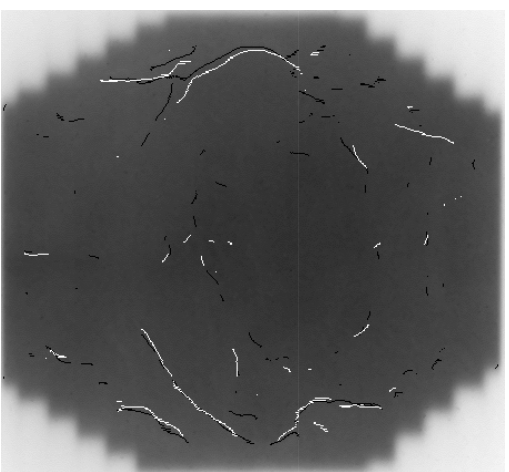
$$P_T(a, b) = \frac{E(a, b) * G(a, b) * O(a, b)}{\sum_a \sum_b (E(a, b) * G(a, b) * O(a, b))}$$

Ejemplos

- Para transformación **rigida** (rotaciones 2D + desplazamiento)



Antes del registrado



Después del registrado

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

37

Ejemplos



Antes del
registrado

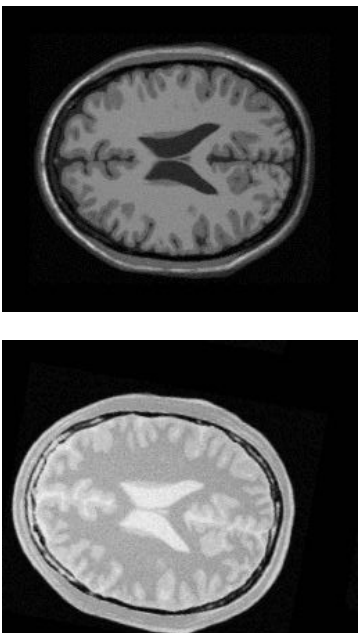


Después del
registrado

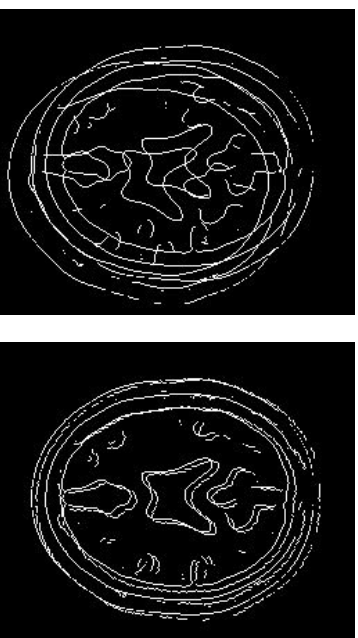


V3DM – T2. Registrado de Imágenes

38



Antes del
registrado



Después del
registrado

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

39

- J.R. Bergen, P.J. But, R.Hingorani, and S. Peleg, "Athree-frame algorithm for estimating two-component image motion," IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 14, no. 9, pp. 886–896, 1992.
- J.M. Odobez and P. Bouthemy, "Robust multiresolution estimation of parametric motion models," Int. J. Visual Communication and Image Representation, vol. 6, no. 4, pp. 348–365, 1995.
- Montoliu, R. and Pla, F. "Multiple Parametric Motion Model Estimation and Segmentation", International Conference on Image Processing, ICIP, Thessaloniki, Greece, 2001, ISBN 0-7803-6725-1, Vol. II, pp. 933-936.
- G. Danuser and M. Stricker, "Parametric model-fitting: From inlier characterization to outlier detection," IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 20, no. 3, pp. 263–280, 1998.
- Z. Zhang, "Parameter-estimation techniques: A tutorial with application to conic fitting," Image and Vision Computing, Vol 15, no 1, pp. 59–76, 1997.
- Pluin, J.P.W., Maintz, J.B.A., and Viergever, M.A., (2003). "Mutual information based registration of medical images: a survey", IEEE Transactions on Medical Imaging, 22(8), pp. 986-1004.
- Alvarez, N.A. et al; "Contour-Based Image Registration Using Mutual Information" IbPRIA 2005, LNCS 3522, pp. 227–234, 2005.

V3DM – T2. Registrado de Imágenes

40