

- Introducción
 - ¿Qué es la visión estereoscópica?
- Geometría de un sistema binocular
 - Geometría de la proyección
 - Geometría binocular. Matriz fundamental
 - Rectificación
- ✓ **El problema de la correspondencia**
 - Restricciones
 - Métodos de correspondencia
 - ▶ Métodos basados en áreas
 - ▶ Métodos basados en primitivas
 - Mapa de disparidades, oclusiones, consistencia

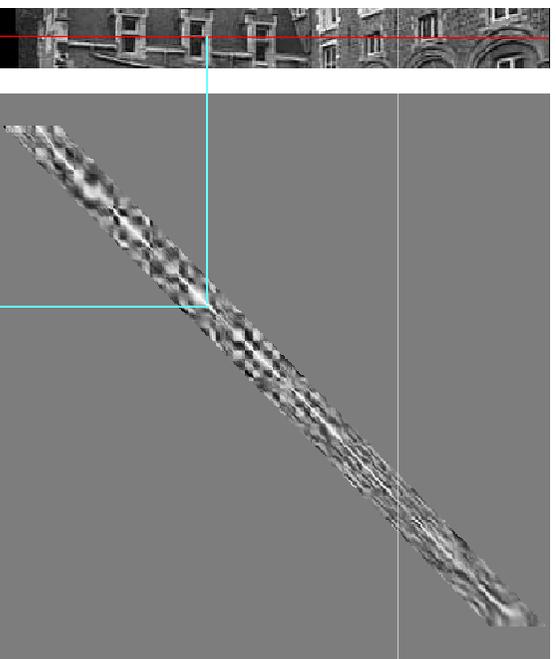
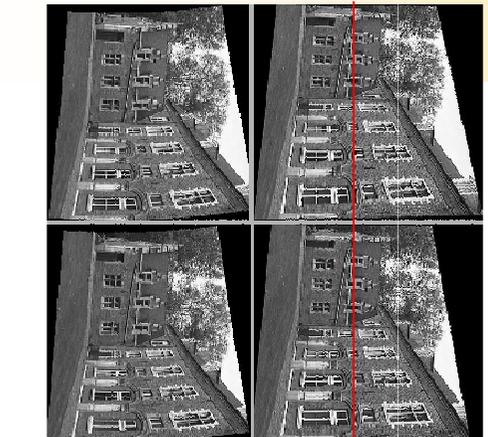
El problema de la correspondencia

- **Correspondencia = hallar pares de elementos homólogos**
- Uno de los problemas más difíciles de visión por computador:
 - Necesidad de restringir la búsqueda
- Restricciones
 - **Geométricas**: epipolar, unicidad, orden
 - **De consistencia**: continuidad, jerárquicas

- Introducción
 - ¿Qué es la visión estereoscópica?
 - Geometría de un sistema binocular
 - ...
- El problema de la correspondencia
 - ✓ **Restricciones**
 - ▶ Restricciones geométricas
 - ▶ Restricciones de consistencia
 - Métodos de correspondencia
 - ▶ Métodos basados en áreas
 - ▶ Métodos basados en primitivas
- Mapa de disparidades, oclusiones, consistencia

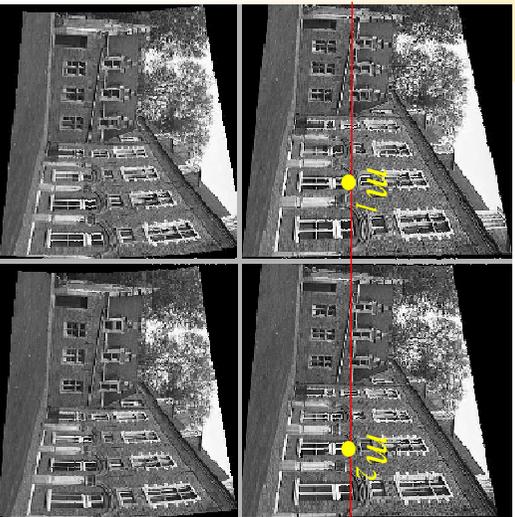
Restricciones geométricas

- **Restricción epipolar:**
 - Debida a la proyección perspectiva
 - Reduce el espacio de búsqueda de 2D a 1D



Restricciones geométricas

- Restricción epipolar en geometría paralela (o imágenes rectificadas):
 - El elemento homólogo está **en la misma fila** de la otra imagen.



$$m_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ v \end{bmatrix}, \quad m_2 = \begin{bmatrix} u_2 \\ v \end{bmatrix}$$

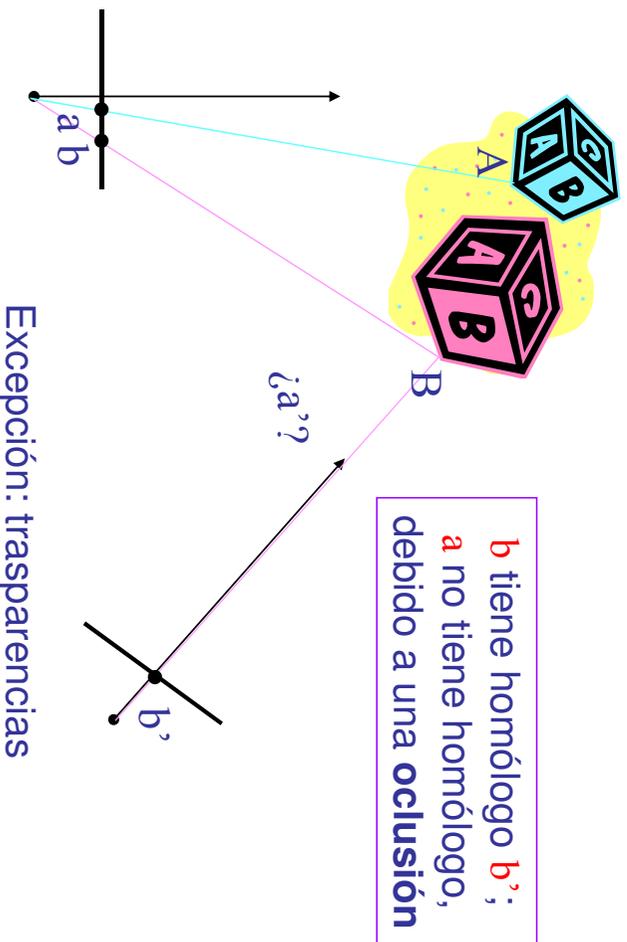
Disparidad: $d = u_1 - u_2$

V3DM – T3. Visión Estereoscópica

5

Restricciones geométricas

- Restricción de unicidad:
 - El número de elementos homólogos es ≤ 1

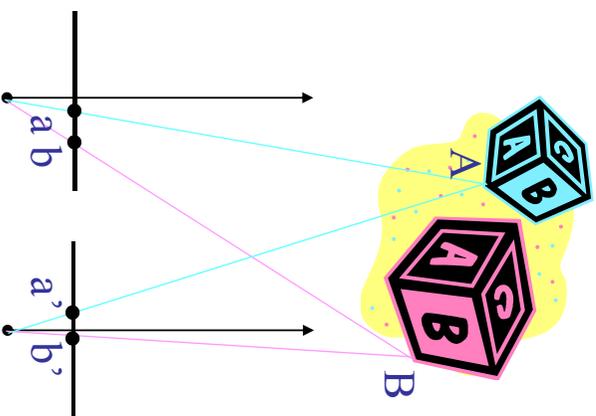


V3DM – T3. Visión Estereoscópica

6

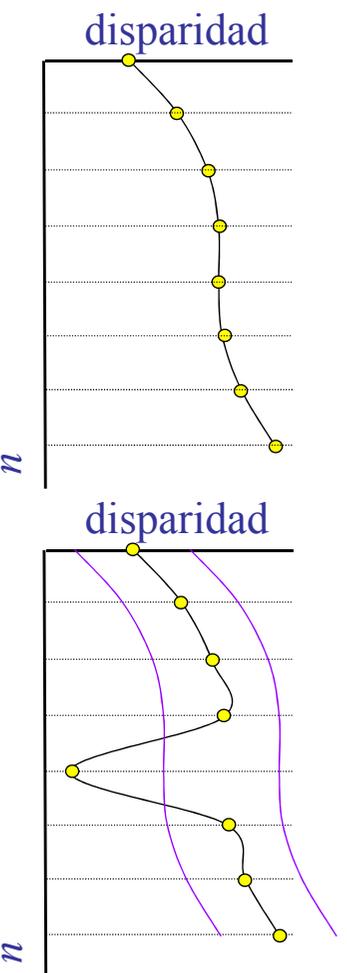
Restricciones geométricas

- Restricción de orden:
 - Los homólogos a', b' de dos elementos a, b están en el mismo orden



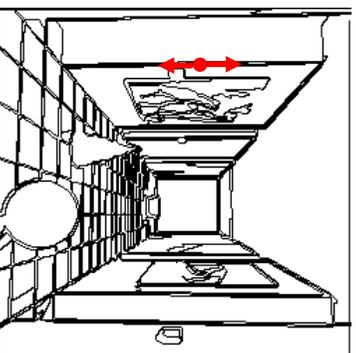
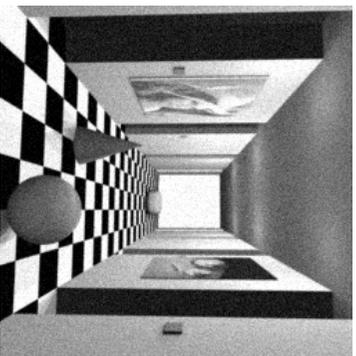
Restricciones de consistencia

- Restricción de continuidad:
 - Basada en la propiedad de cohesión de la materia
 - Numerosas versiones
 - ▶ Límite en el gradiente de disparidad



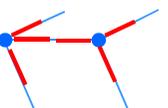
Restricciones de consistencia

- Restricción de continuidad:
 - Basada en la propiedad de cohesión de la materia
 - Numerosas versiones
 - ▶ Límite en el gradiente de disparidad
 - ▶ Gradiente de disparidad en bordes conectados



Restricciones de consistencia

- Otras restricciones
 - Restricciones jerárquicas:
 - ▶ Basadas en jerarquía de primitivas
 - ▶ Ejemplo:
 - Correspondencia de esquinas
 - Correspondencia de bordes



- Más de dos cámaras: más restricciones geométricas
 - ▶ 3 cámaras: el tensor trifocal

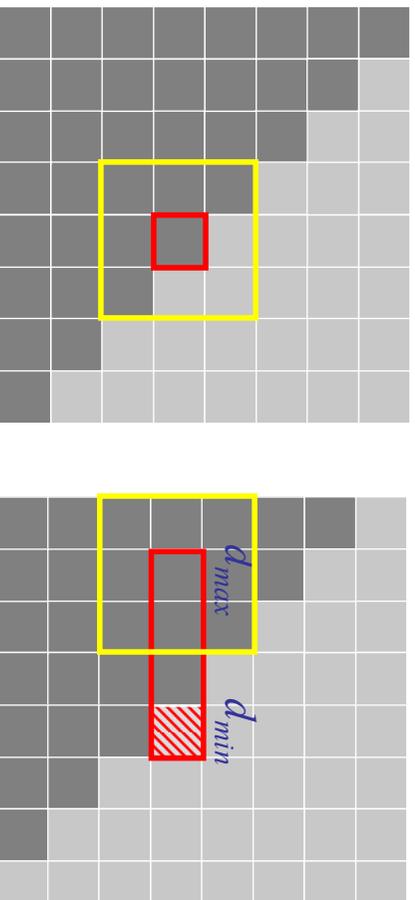
- Introducción
 - ¿Qué es la visión estereoscópica?
- Geometría de un sistema binocular
 - ...
- El problema de la correspondencia
 - Restricciones
 - ▶ Restricciones geométricas
 - ▶ Restricciones de continuidad
 - ✓ Métodos de correspondencia
 - ▶ Métodos basados en áreas
 - ▶ Métodos basados en primitivas
 - Mapa de disparidades, oclusiones, consistencia

El problema de la correspondencia

- Métodos de correspondencia:
 - Métodos basados en áreas / intensidad
 - ▶ Explotan la **intensidad** de los píxeles (uso de ventanas)
 - Métodos basados en primitivas / características
 - ▶ Explotan las **primitivas** de alto nivel de la imagen, con atributos distintivos

El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Similitud de intensidades entre el vecindario del pixel y el vecindario de cada candidato

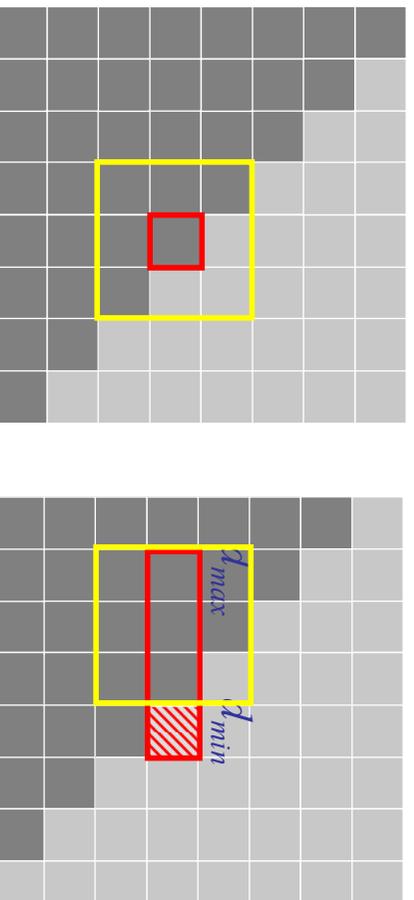


I_1

I_2

El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Similitud de intensidades entre el vecindario del pixel y el vecindario de cada candidato

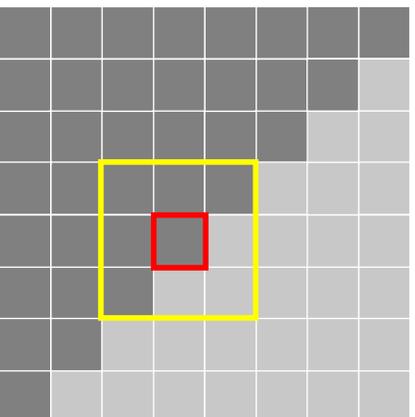


I_1

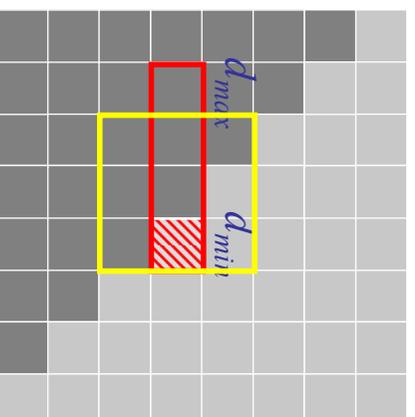
I_2

El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Similitud de intensidades entre el vecindario del pixel y el vecindario de cada candidato



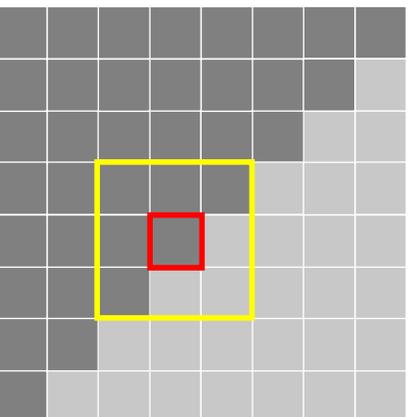
I_1



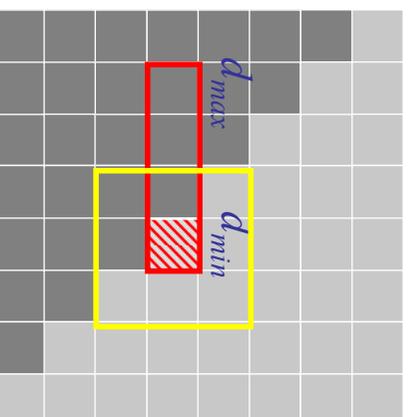
I_2

El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Similitud de intensidades entre el vecindario del pixel y el vecindario de cada candidato



I_1



I_2

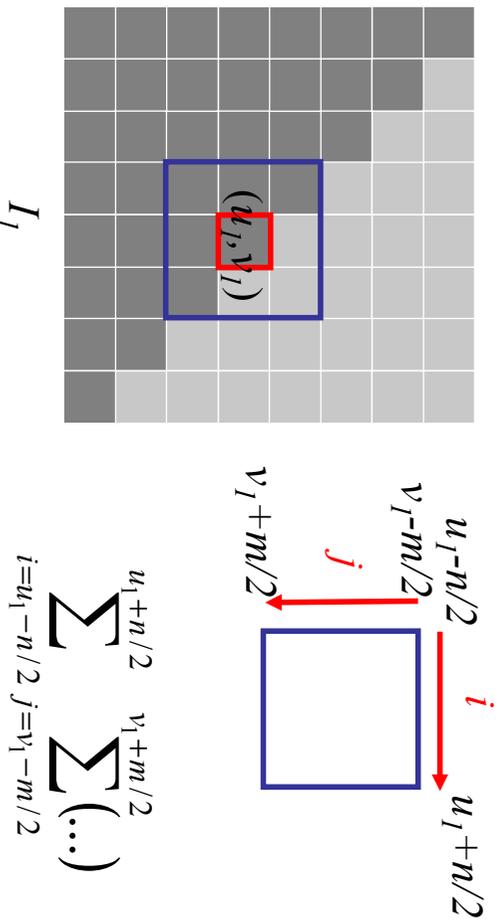
El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Métodos basado en áreas / intensidad
 - Correlación:
 - ▶ Mide similitud entre vecindarios
 - Métodos de correlación
 - ▶ Basados en SSD (sumas de cuadrados de diferencias)
 - ▶ Basados en CC (correlación cruzada)

El problema de la correspondencia

- Correspondencia basada en correlación:
 - Ventana de correlación

Tamaño $n \times m$



El problema de la correspondencia

- Métodos de correlación:
- SSD: suma de diferencias

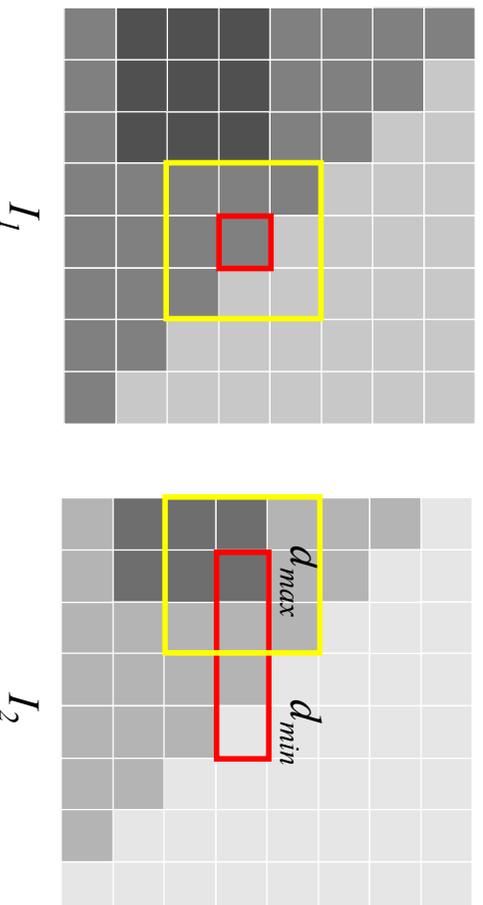
$$C_{SSD}(u_1, v_1, d) = \frac{1}{nm} \sum_{i=u_1-n/2}^{u_1+n/2} \sum_{j=v_1-m/2}^{v_1+m/2} (I_1(i, j) - I_2(i+d, j))^2$$

- CC: coseno del ángulo de 2 vectores

$$C_{CC}(u_1, v_1, d) = \frac{1}{nm} \sum_{i=u_1-n/2}^{u_1+n/2} \sum_{j=v_1-m/2}^{v_1+m/2} I_1(i, j) I_2(i+d, j)$$

El problema de la correspondencia

- Dependencia de la iluminación



El problema de la correspondencia

- Correlación normalizada:

- ZNSSSD: suma de diferencias al cuadrado

$$C_{\text{ZNSSD}}(u_1, v_1, d) = \frac{1}{nm} \sum_i \sum_j \frac{\left(I_1(i, j) - I_1(u_1, v_1) \right) \left(I_2(i+d, j) - I_2(u_1+d, v_1) \right)^2}{\sigma_1(u_1, v_1) \sigma_2(u_1+d, v_1)}$$

- ZNCC: coseno del ángulo de 2 vectores

$$C_{\text{ZNCC}}(u_1, v_1, d) = \frac{1}{nm} \sum_i \sum_j \frac{\left(I_1(i, j) - I_1(u_1, v_1) \right) \left(I_2(i+d, j) - I_2(u_1+d, v_1) \right)}{\sigma_1(u_1, v_1) \sigma_2(u_1+d, v_1)}$$

$$0 \leq C_{\text{ZNSSD}}(u_1, v_1, d) \quad -1 \leq C_{\text{ZNCC}}(u_1, v_1, d) \leq 1$$

¡minimizar!
¡maximizar!

El problema de la correspondencia

- Resumen de métodos de correlación:

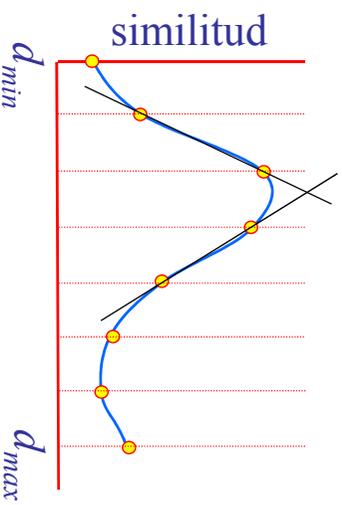
- SSD
- ZSSD = SSD + restar medias
- ZNSSD = ZSSD + dividir por $\sigma_1 \sigma_2$
- CC: es inestable
- ZNCC = CC + restar medias + dividir por $\sigma_1 \sigma_2$

- Características

- Requiere imágenes rectificadas
- Coste elevado, $O(NMmD)$

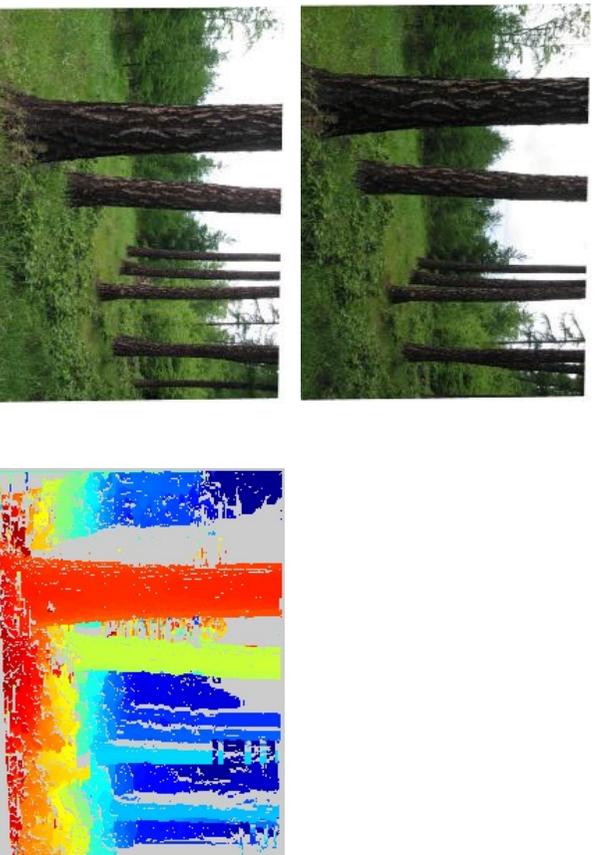
El problema de la correspondencia

- Ventajas
 - Mapa de disparidades denso
 - Fácil de implementar por hardware
 - Fácil de paralelizar
 - Precisión subpixel
- Desventajas
 - Dificultad en áreas poco texturadas
 - Asume disparidad constante → dificultad en oclusiones y discontinuidades en la profundidad



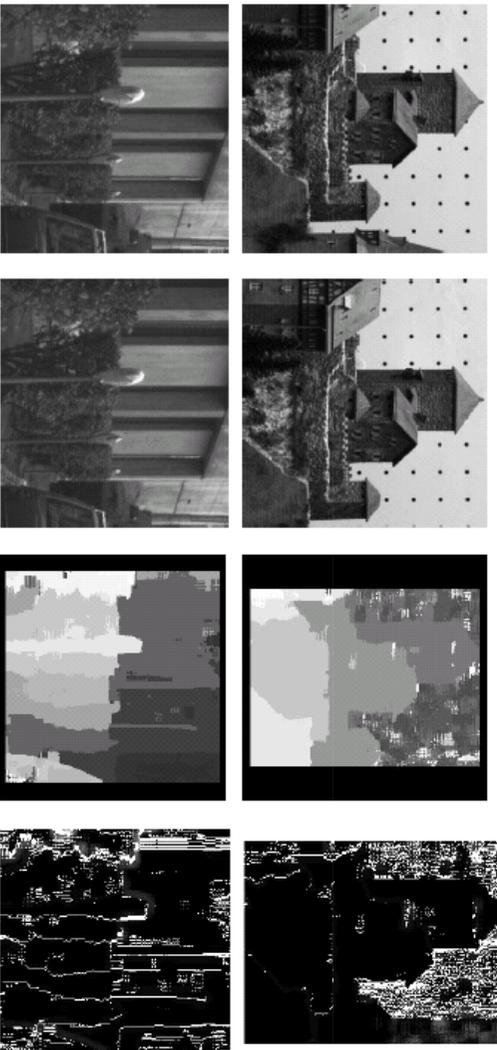
El problema de la correspondencia

- Dificultad en áreas poco texturadas



El problema de la correspondencia

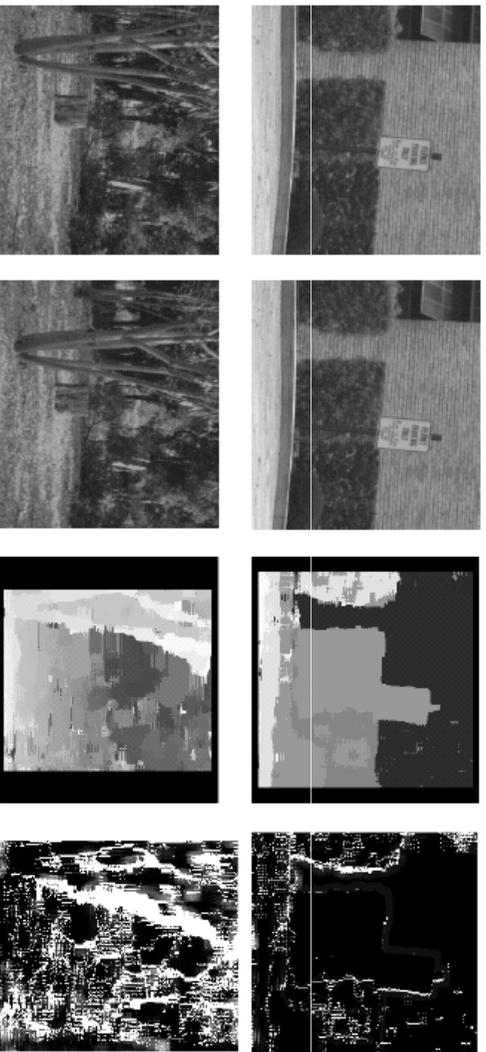
- Dificultad en áreas poco texturadas



Diferencia
entre resultado
y "ground truth"

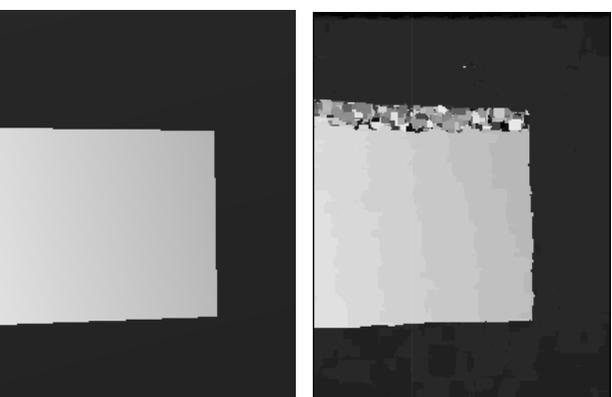
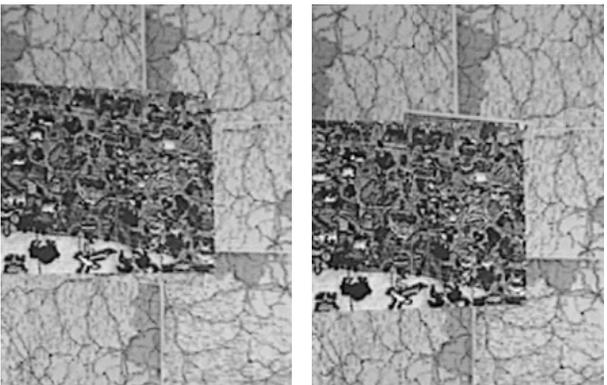
El problema de la correspondencia

- Dificultad en oclusiones y discontinuidades en la profundidad



El problema de la correspondencia

- Dificultad en oclusiones y discontinuidades en la profundidad



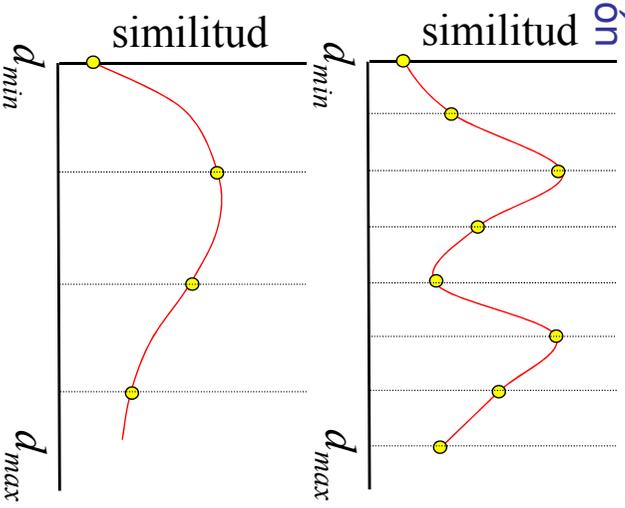
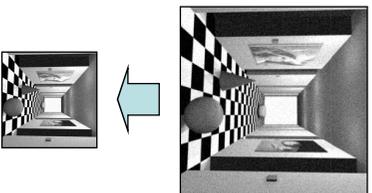
“Ground truth”

El problema de la correspondencia

- Influencia del tamaño de la ventana
 - A mayor tamaño
 - ▶ Superficie/disparidad más suave (menor precisión)
 - ▶ Más dificultad en oclusiones y discontinuidades
 - ▶ Menos probabilidad de errores (‘artifacts’)
- Maximizar es una decisión local → Necesidad de aumentar la consistencia

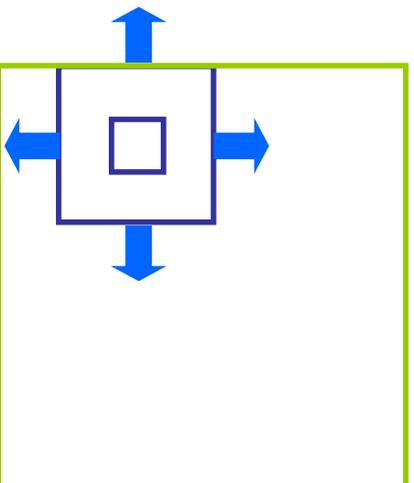
El problema de la correspondencia

- Incrementar la consistencia
- Niveles de resolución



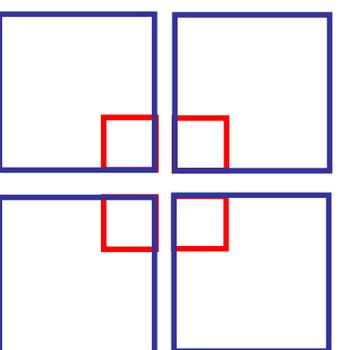
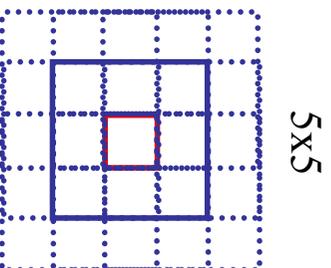
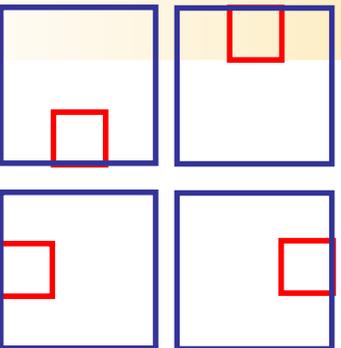
El problema de la correspondencia

- Evitar problemas en las oclusiones y disc. prof.
- Ventana adaptativa



El problema de la correspondencia

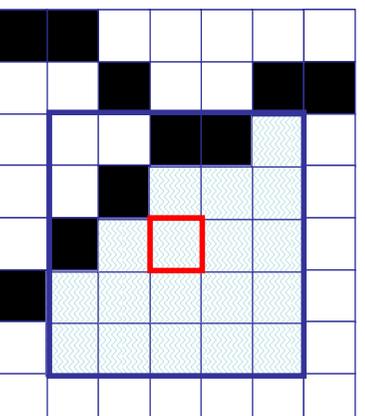
- Evitar problemas en las oclusiones y disc. prof.
- Ventana adaptativa
- Ventana múltiple



Se toma el resultado de la mejor de las 9 ventanas

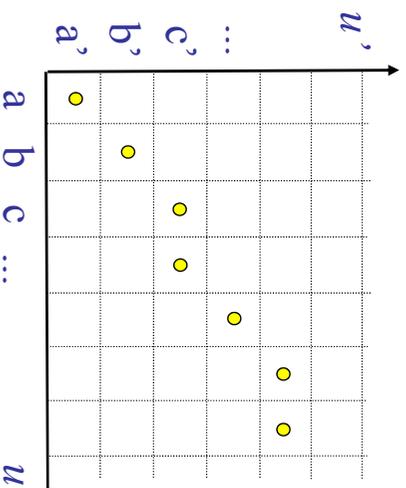
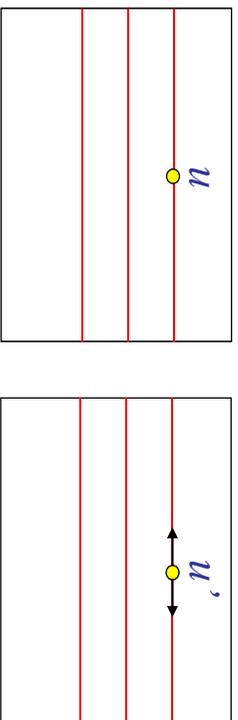
El problema de la correspondencia

- Evitar problemas en las oclusiones y disc. prof.
- Ventana adaptativa
- Ventana múltiple
- Ventana con máscara (a partir de información de bordes)



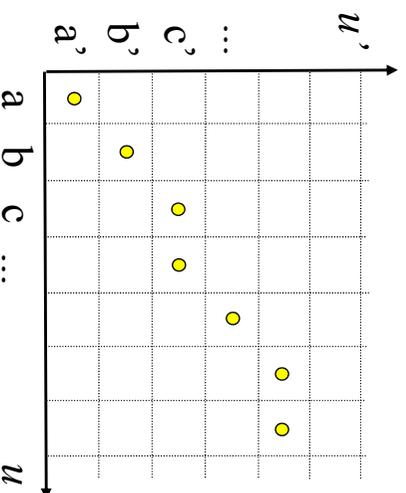
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica

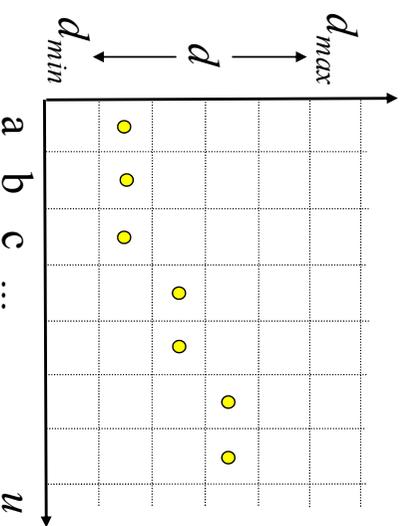


El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica
 - Calcular el camino de mínimo coste
 - Espacio de búsqueda:



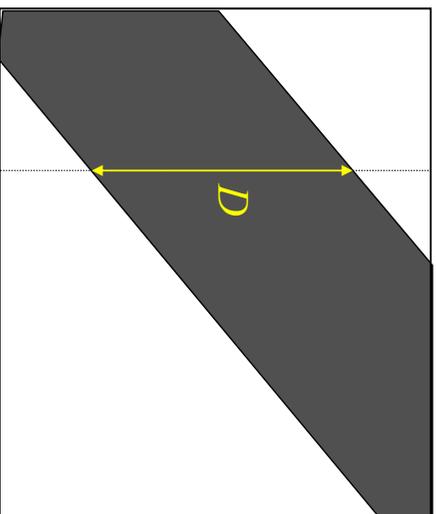
Coordenadas absolutas



Coordenadas relativas
(disparidades)

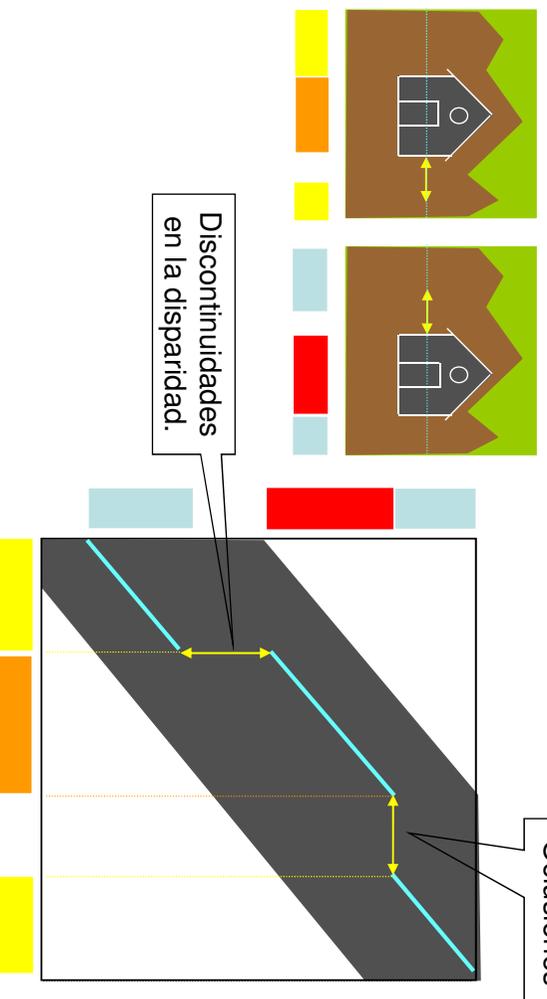
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica
 - Calcular el camino de mínimo coste
 - Espacio de búsqueda
 - Considera todos los posibles caminos
- Coste computacional: $O(N^2D^2)$



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica
 - Representación de las oclusiones

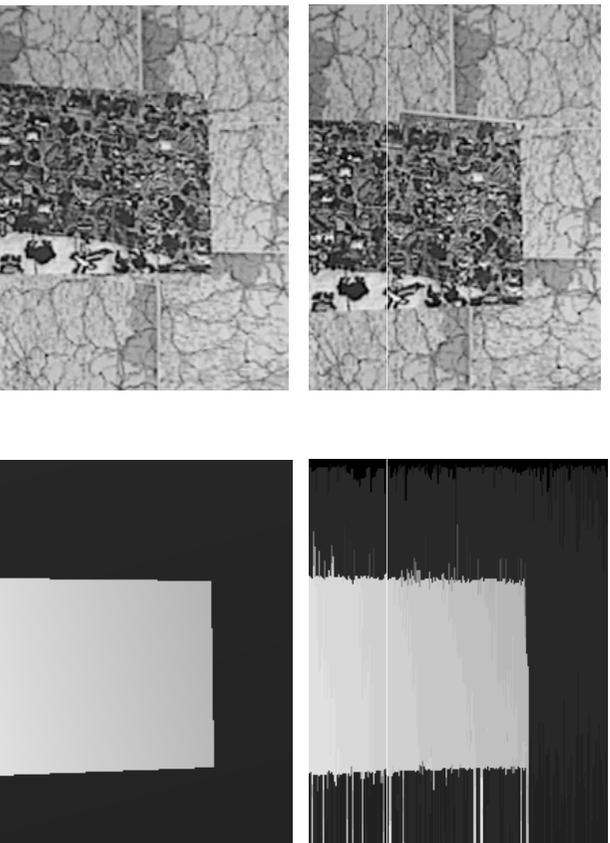


El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica
 - Representación de las oclusioniones
 - ▶ Permite modelar las oclusioniones como parte del problema
 - ▶ Compromiso entre detección de oclusioniones y restricción de continuidad
 - ▶ Sensibilidad al coste de las oclusioniones
 - Mapa de disparidades denso
 - Eficiencia de la programación dinámica.
 - Consistencia global a lo largo de cada línea epipolar
 - ▶ ¿Consistencia entre líneas epipolares adyacentes?

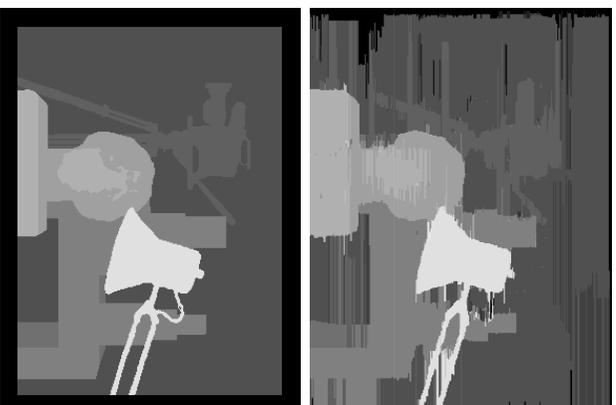
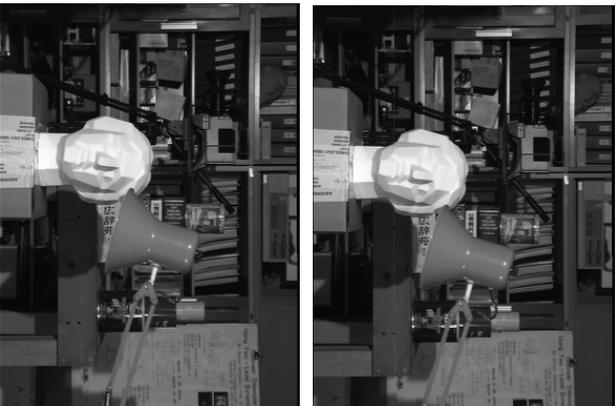
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica



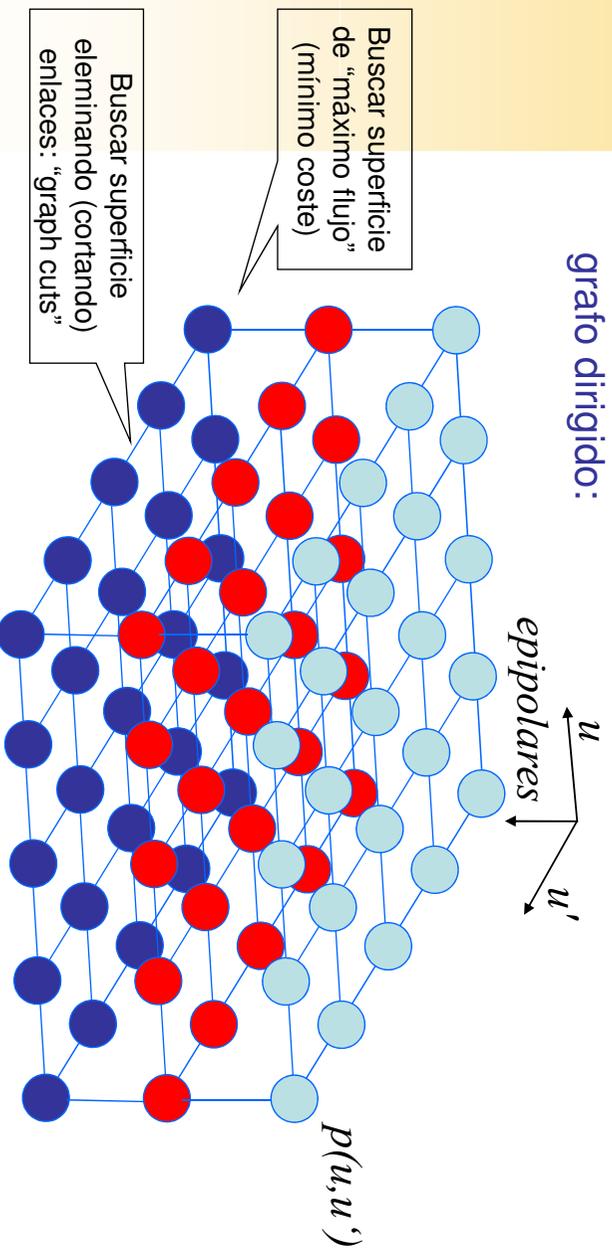
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en programación dinámica



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en corte de flujo máximo en un grafo dirigido:

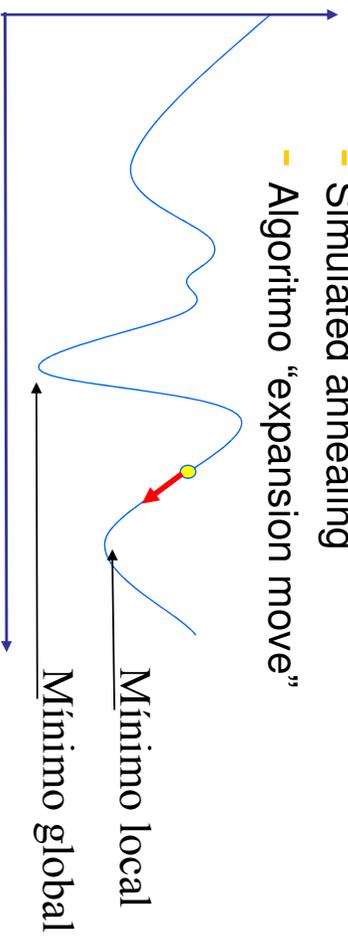


[Boykov-Veksler-Zahib, 1999]

El problema de la correspondencia

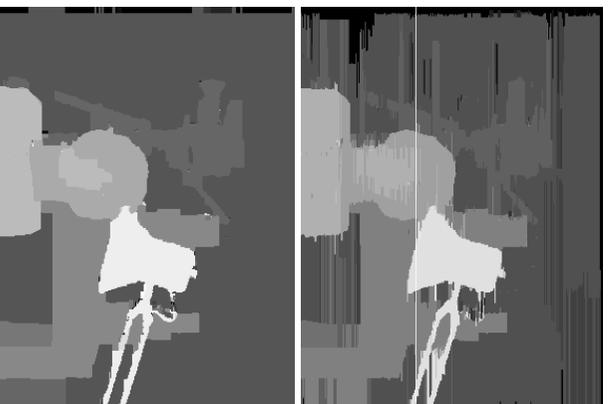
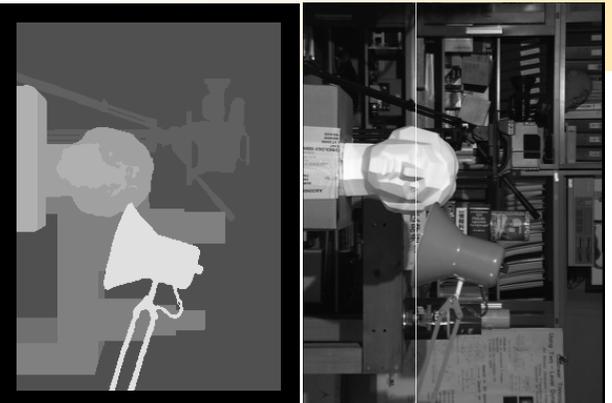
- Métodos basados en corte de flujo máximo en un grafo dirigido:
 - Óptimo global: problema **intratable**
 - Óptimo local
- ▶ Es posible encontrar un **óptimo local con ciertas garantías de calidad**
- ▶ Método de búsqueda: minimización de energía

- Simulated annealing
- Algoritmo “expansion move”



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en corte de flujo máximo en un grafo dirigido:

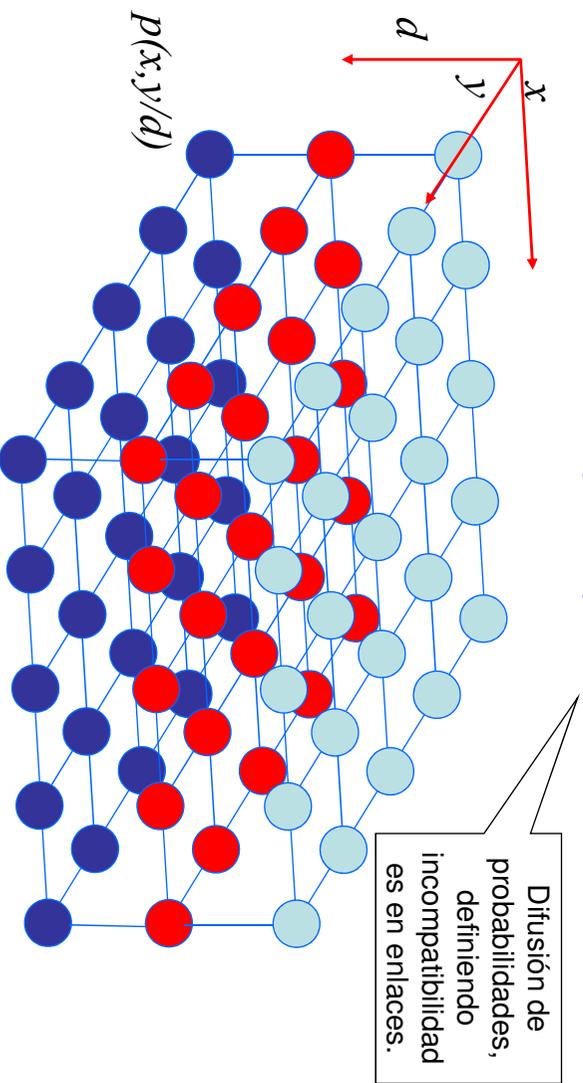


Con
programación
dinámica

Con cortes de
máximo flujo
de un grafo

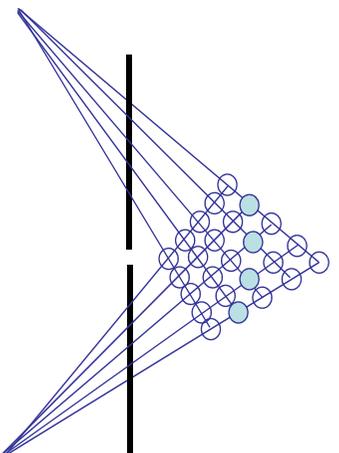
El problema de la correspondencia

- Métodos cooperativos o volumétricos:
 - Volumen 3D + relajación probabilística



El problema de la correspondencia

- Métodos cooperativos o volumétricos:
 - Valores iniciales: correlación
 - Difusión anisotrópica (diferente en cada dirección):
 - ▶ Difundir soporte entre ciertos vecinos
 - ▶ Inhibir soporte entre vecinos de la misma línea de vista

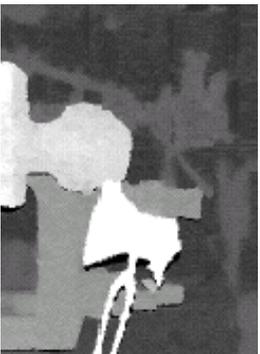


El problema de la correspondencia

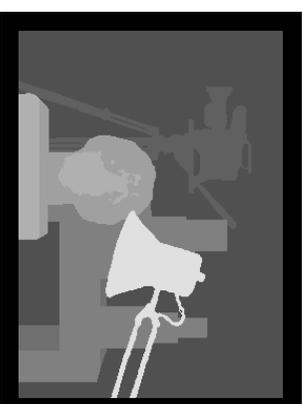
- Métodos cooperativos o volumétricos:



Progr.
dinám.



Coope-
rativo



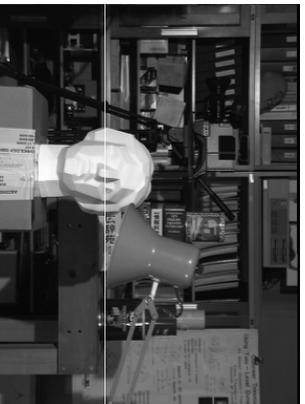
Ground
truth

V3DM – T3. Visión Estereoscópica

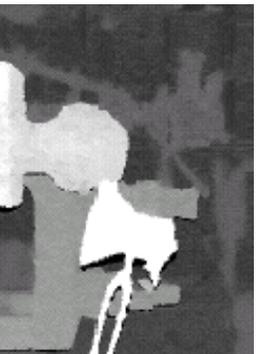
45

El problema de la correspondencia

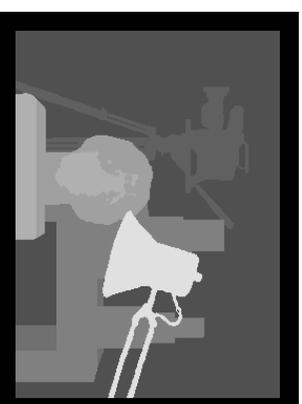
- Métodos cooperativos o volumétricos:



Flujo
máx.



Coope-
rativo



Ground
truth

V3DM – T3. Visión Estereoscópica

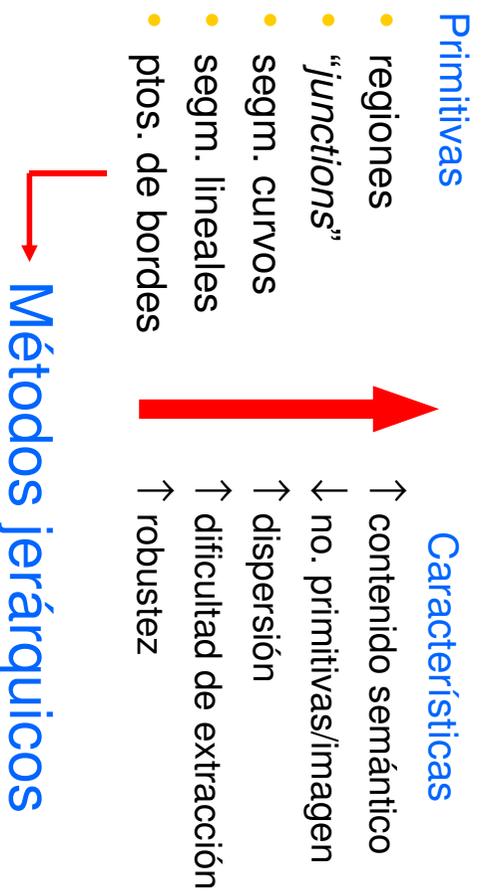
46

El problema de la correspondencia

- Métodos cooperativos o volumétricos:
 - Difusión / Inhibición de soporte entre todos los pares posibles
 - Coste espacial $O(N^2D)$ y temporal $O(N^2DI)$, $I=n^\circ$ iteraciones
 - Fundamentos y metodología son muy heurísticos
 - Mapa de disparidades denso
 - Se pueden obtener las oclusiones

El problema de la correspondencia

- Métodos basados en primitivas



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en primitivas
 - Similitud de atributos x_i entre dos primitivas

$$d(m, m') = \sum_i w_i (x_i - x'_i)$$

Diferencia de valor
del atributo i -ésimo

Distancia entre 2
primitivas

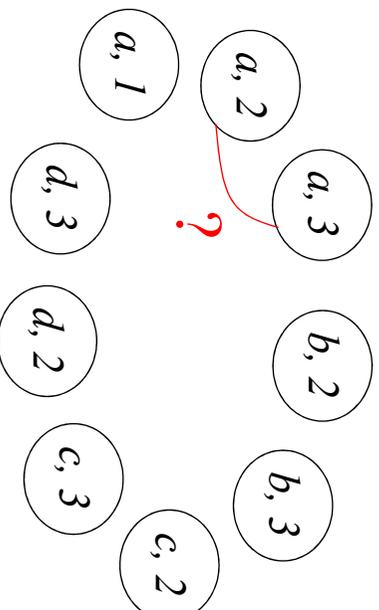
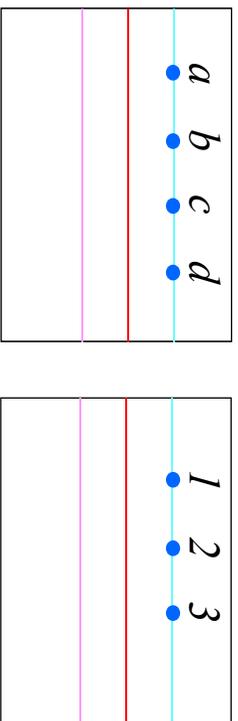
Peso del atributo i -ésimo

El problema de la correspondencia

- Métodos basados en áreas
 - Mapa de disparidades denso \blacktriangleright
 - Precisión subpixel \blacktriangleright
 - Problemas en presencia de discontinuidades y oclusiones
- Métodos basados en características
 - Mapa de disparidades disperso
 - Resultados robustos \blacktriangleright
 - Eficiencia (menos elementos) \blacktriangleright

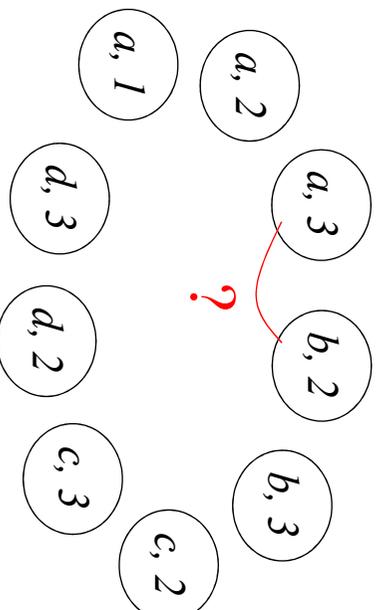
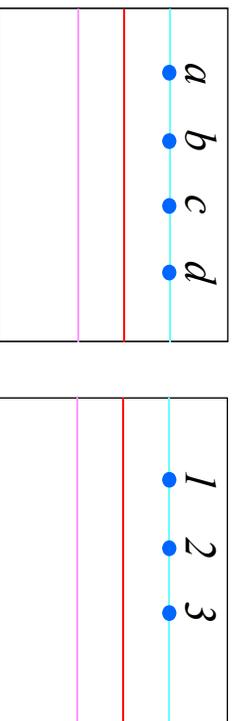
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en grafos



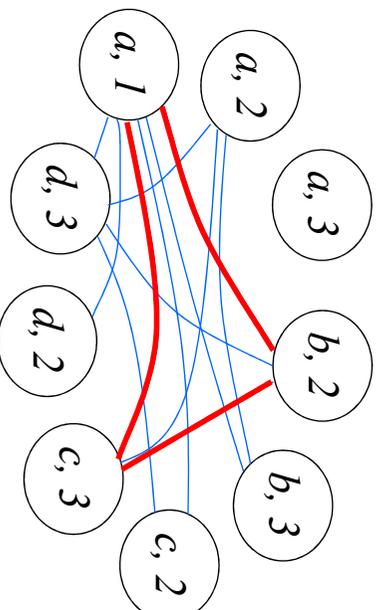
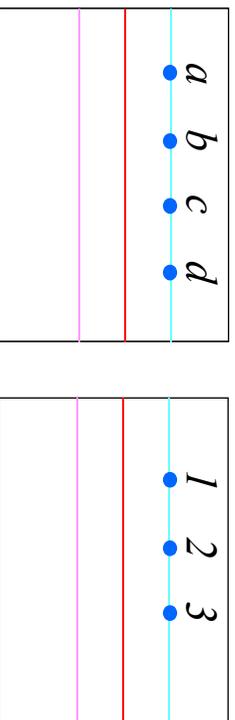
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en grafos



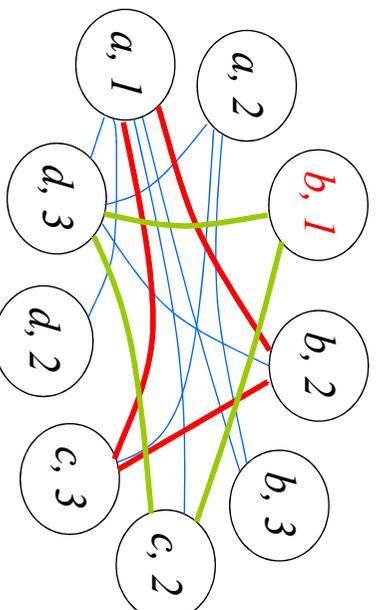
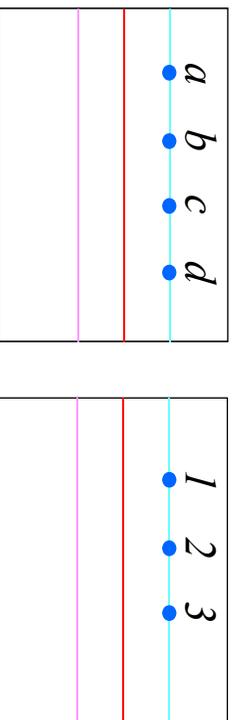
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en grafos



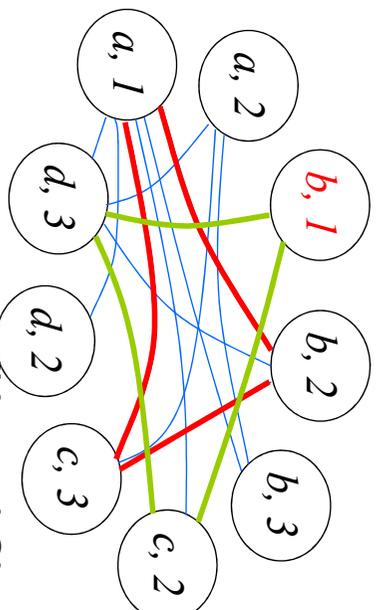
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en grafos



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en grafos
 - Para deshacer ambigüedades
 - ▶ Añadir pesos en los nodos (similitud)
 - ▶ Añadir pesos en los arcos (compatibilidad)
 - ▶ Método de relajación para difundir soporte entre nodos más probables



V3DM – T3. Visión Estereoscópica

[Horaud-Skordas, 1989]

55

El problema de la correspondencia

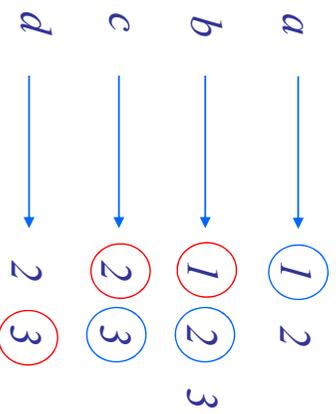
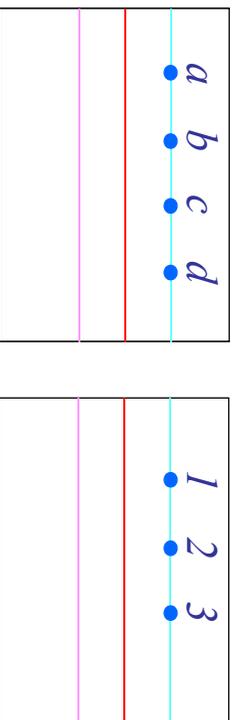
- Métodos basados en grafos
 - Para deshacer ambigüedades
 - ▶ Añadir pesos en los nodos (similitud)
 - ▶ Añadir pesos en los arcos (compatibilidad)
 - ▶ Método de relajación para difundir soporte entre nodos más probables
- Principal desventaja:
 - ▶ Búsqueda del clique máximo más grande: **problema NP-duro**
- Mapa de disparidades disperso

V3DM – T3. Visión Estereoscópica

56

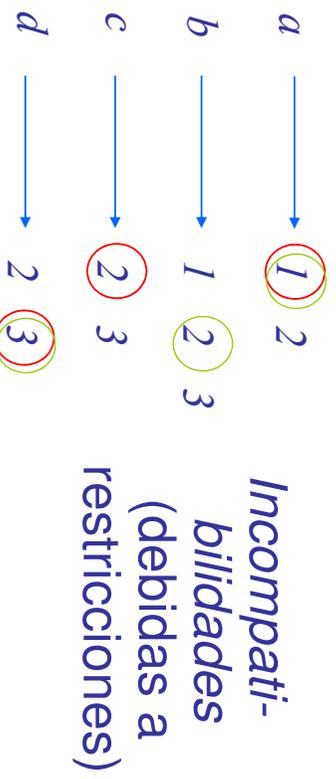
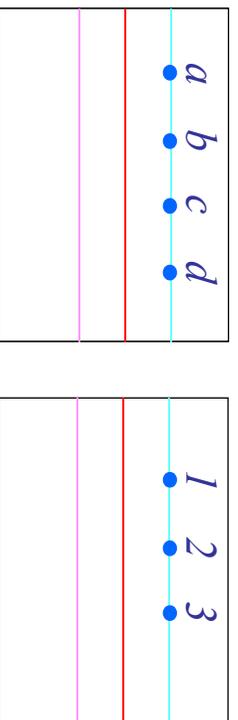
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística

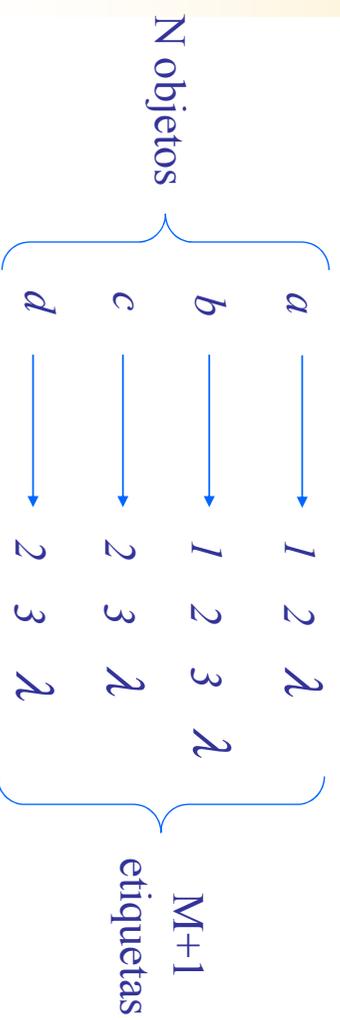


El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística

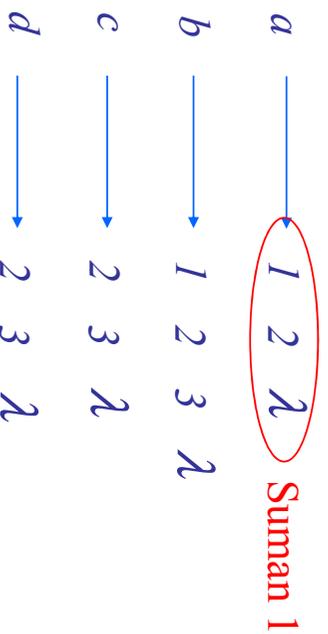
Correspondencia estéreo \longleftrightarrow

\longleftrightarrow Problema de etiquetado



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística
 - Problema de etiquetado
- Sistema de probabilidades P_{ij}
 - Mejor candidato compatible
 - Probabilidad de no tener homólogo



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística
 - Problema de etiquetado
 - Sistema de probabilidades P_{ij}
 - ▶ Mejor candidato compatible
 - ▶ Probabilidad de no tener homólogo
- Algoritmo iterativo
 - ▶ Regla de Bayes
 - ▶ $P_{ij}^{(n+1)}$ se modifica en función de la $P_{ij}^{(n)}$ de los nodos conectados al nodo (i,j) y su compatibilidad con ellos

El problema de la correspondencia

- Métodos basados en relajación probabilística
 - Búsqueda del mejor candidato compatible
 - Coste polinomial
 - Fundamentos y metodología son muy heurísticos
 - Basados en primitivas
 - ¿Oclusiones?

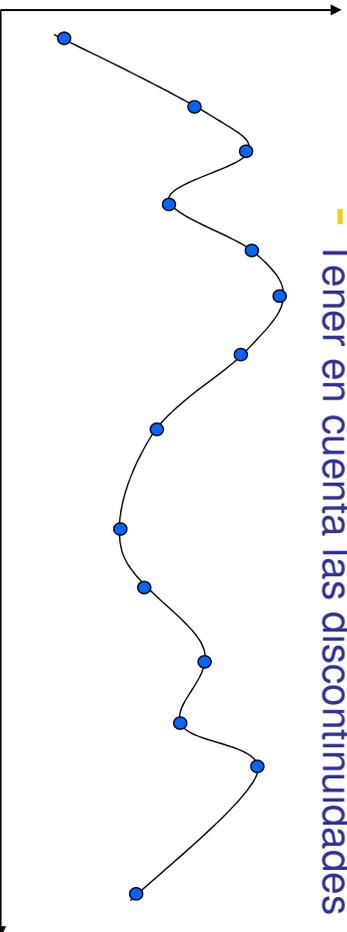
- Introducción
 - ¿Qué es la visión estereoscópica?
- Geometría de un sistema binocular
 - Geometría de la proyección
 - Geometría binocular. Matriz fundamental
 - Rectificació
- El problema de la correspondencia
 - Restricciones
 - Métodos de correspondencia
 - ▶ Métodos basados en áreas
 - ▶ Métodos basados en primitivas
 - ✓ Mapa de disparidades, oclusiones, consistencia

El problema de la correspondencia

- Los métodos de correspondencia se diferencian en
 - Tipo de elemento (áreas / primitivas)
 - Espacio de búsqueda y restricciones
 - Estrategia de búsqueda
- Características importantes
 - Mapa de disparidades denso
 - Consistencia en la correspondencia
 - Detección de oclusiones y discontinuidades en la profundidad

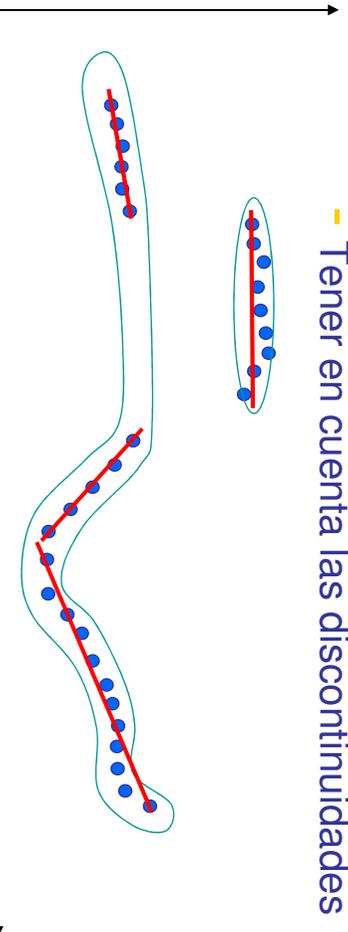
El problema de la correspondencia

- Métodos basados en características:
 - Mapa de disparidades disperso
 - ▶ Métodos jerárquicos
 - Post-proceso para obtener estructura 3D
 - ▶ Descriptores a partir de los datos dispersos
 - Interpolación de datos 3D
 - Tener en cuenta las discontinuidades



El problema de la correspondencia

- Métodos basados en áreas:
 - Mapa de disparidades denso
 - ▶ Consistencia elevada
 - Post-proceso para obtener estructura 3D
 - ▶ Segmentación de datos de rango
 - Agrupamiento de datos 3D
 - Tener en cuenta las discontinuidades



El problema de la correspondencia

- Consistencia:
 - Decisiones locales
 - ▶ Métodos basados en correlación
 - Incrementar la consistencia
 - ▶ Optimización global de una función objetivo
 - Problema NP-duro
 - Coste elevado
 - ▶ Optimización local con garantías de calidad
 - Sensibles a la estimación inicial
 - Técnicas multinivel
 - Reduce sensibilidad
 - Acelera convergencia

El problema de la correspondencia

- Oclusiones y discontinuidades:
 - Métodos basados en características
 - ▶ Elementos sin correspondencia debido a :
 - Oclusiones, ruido, limitaciones de algoritmos de extracción
 - ⇒ Dificultad en modelado de oclusiones
 - ▶ Post-proceso para obtener estructura 3D (interpolación) ⇒ método capaz de detectar discontinuidades

El problema de la correspondencia

- Oclusiones y discontinuidades:
 - Métodos basados en áreas
 - ▶ Suposición de superficie continua (correlación)
 - ▶ Preservación de discontinuidades
 - Métodos cooperativos
 - ▶ Detección explícita de oclusiones y disc.
 - Métodos basados en programación dinámica y flujo máximo

Bibliografía

- Revisión de técnicas stereo:
 - Brown and Hager; *Advances in computational stereo*. IEEE Trans. on PAMI, vol. 25, nº 8, pp. 993-1007, 2003
- Métodos basados en correlación
 - Devernay and Faugeras; *Computing differential properties of 3-D shapes from stereoscopic images without 3-D models*, Proc. IEEE conf. CVPR, pp. 208-213, 1994
 - Kanade et al, *A stereo machine for video-rate dense depth mapping and its new applications*, IEEE Int. Conf on CVPR.

- Métodos basados en programación dinámica:
 - Geiger, Ladendorf and Yuille; *Occlusions and binocular stereo*, IJCV, pp. 221-226, 1995
 - Bobick and Intille; *Large Occlusion Stereo*, IJCV, 1999.
- Métodos basados en grafos y flujo máximo
 - Boykov, Veksler and Zabih, *A new algorithm for energy minimization with discontinuities*, Energy Minimization Methods in CVPR, pp. 205-220, 1999
- Métodos basados en grafos y cliques máximos
 - Horaud and Skordas, *Stereo correspondence through feature grouping and maximal cliques*, IEEE Trans. on PAMI, pp. 1168-1989, 1989

- Métodos cooperativos o volumétricos:
 - Marr and Poggio; *Cooperative computation of stereo disparity*, Science, 194, pp. 283-287, 1976
 - Zitnick and Kanade; *A cooperative algorithm for stereo matching and occlusion detection*, PAMI, vol 22, N° 7, pp. 675-684, 2000.
- Métodos basados relajación probabilística
 - Christmas, Kittler and Petrou; *Structural matching in computer vision using probabilistic relaxation*, PAMI, vol 17, N° 8, pp. 749-764, 1995